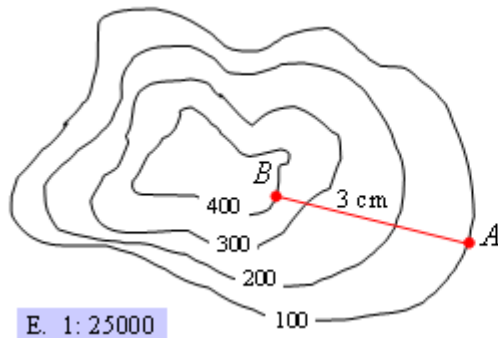


## RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

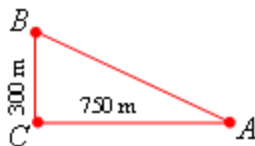
### Aplicación de la trigonometría para la determinación de distancias inaccesibles

Las [razones trigonométricas](#) se pueden utilizar para determinar la longitud de los lados de un triángulo rectángulo a partir de otros elementos, ángulos o lados, conocidos de ese triángulo. Así, pueden servir para conocer la altura de una torre, la anchura de un río o la pendiente media de un montículo, ejemplos que pueden generar esquemas en forma de triángulo rectángulo.

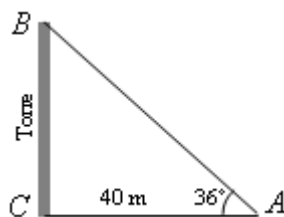


Para determinar pendientes en un mapa topográfico se construye un triángulo rectángulo. La distancia entre los puntos A y B del mapa es la distancia entre las proyecciones de A y B sobre un plano (el que determina la curva de nivel que pasa por A) sería el cateto AC, la base del triángulo; el otro cateto es la altura, dada por la diferencia de las curvas de nivel.

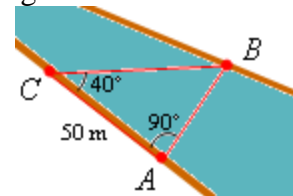
En este caso, la base mide  $3 \text{ cm} \times 25000 = 75000 \text{ cm} = 750 \text{ m}$ ; y la altura 300 m. El triángulo así obtenido es el siguiente.



La torre puede considerarse un cateto de un triángulo rectángulo, la altura CB; el otro cateto puede ser un segmento CA, que parte del pie de la torre y que mide lo que se desee, supóngase que 40 m. Desde esa distancia se mide el ángulo de elevación hasta el punto más alto de la torre. Si se supone que ese ángulo mide  $36^\circ$  se construye el siguiente triángulo rectángulo.



La anchura de un río puede medirse considerando el triángulo rectángulo de vértices A, B y C, siendo A y B dos puntos enfrentados, uno de cada orilla y determinando un cateto perpendicular al cauce. El vértice C se obtiene trasladándose por la orilla, pongamos 50 m, desde A, en dirección perpendicular a AB. Desde el punto C se mide el ángulo formado por los lados CA y CB, cuya medida supondremos que es  $40^\circ$ . El triángulo obtenido es el siguiente.



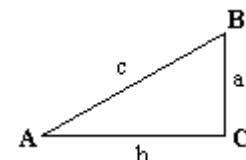
### Técnicas de resolución de triángulos rectángulos

Los problemas anteriores pueden resolverse aplicando las técnicas de resolución de triángulos rectángulos.

- Resolver un triángulo es determinar sus elementos desconocidos (ángulos o lados) a partir de otros conocidos.

Un triángulo rectángulo puede resolverse conociendo:

- 1) dos lados;
- 2) uno de sus ángulos agudos y un lado.



Naturalmente, al decir que el triángulo es rectángulo se saben dos cosas más:

- que tiene un ángulo de  $90^\circ$ ,  $C = 90^\circ$
- que sus lados verifican el teorema de Pitágoras:  $c^2 = a^2 + b^2$ .

A continuación se resuelven los ejemplos enunciados anteriormente.

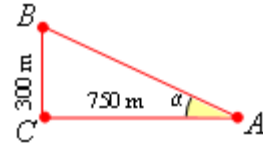
### Ejemplos:

a) Determinación de la pendiente en un mapa topográfico.

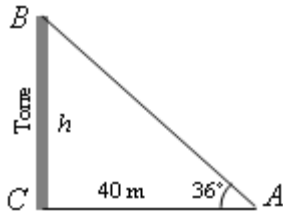
La pendiente entre los puntos  $A$  y  $B$  situados en el mapa de arriba se determina como sigue:

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{300}{750} = 0,4 \Rightarrow \arctan 0,40 = 21,80^\circ.$$

La pendiente es de  $21,80^\circ$ .



b) Para hallar la altura de la torre se observa:

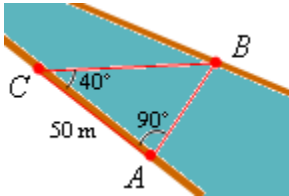


$$\tan 36^\circ = \frac{h}{40} \Rightarrow h = 40 \cdot \tan 36^\circ = 40 \cdot 0,7265 = 29,06 \text{ metros.}$$

- Si se quisiese determinar la distancia entre  $A$  y  $B$  puede utilizarse:

$$\cos 36^\circ = \frac{40}{AB} \Rightarrow AB = \frac{40}{\cos 36^\circ} = \frac{40}{0,8090} = 49,44 \text{ metros.}$$

c) Para determinar la anchura del río también habría que recurrir a la tangente.

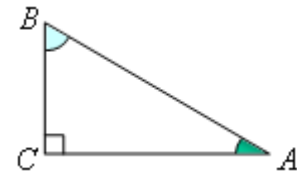


$$\tan 40^\circ = \frac{AB}{50} \Rightarrow h = 50 \cdot \tan 40^\circ = 50 \cdot 1,1918 = 59,585 \text{ metros.}$$

### Pequeños retos

Resuelve los siguientes triángulos rectángulos:

- a) Sabiendo que  $A = 40^\circ$  y  $b = 10$  cm, hallar  $a$ ,  $c$  y  $B$ .
- b) Sabiendo que  $A = 20^\circ$  y  $c = 15$  cm, hallar  $a$ ,  $b$  y  $B$ .
- c) Sabiendo que  $a = 8$  cm y  $c = 12$  cm, hallar  $b$ ,  $A$  y  $B$ .



### Solución:

- a)  $B = 50^\circ$ ;  $c = 13,05$  cm;  $a = 8,39$  cm.
- b)  $B = 70^\circ$ ;  $b = 14,1$  cm;  $a = 5,13$  cm.
- c)  $b = 8,94$  cm;  $A = 41,81^\circ$ ;  $B = 48,19^\circ$ .