

MATEMÁTICAS II. ANÁLISIS (DERIVADAS). UNED 13

Ejercicios propuestos en los modelos de Selectividad para el curso 2013–2014.

Modelo 1

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = e^x(9x - 8)$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento, posibles extremos relativos, convexidad y posibles puntos de inflexión de la función f . Haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

Modelo 2

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie la existencia de rectas asíntotas correspondiente a la gráfica de la función

$f(x) = \frac{\ln x^4}{2x + \sqrt{x}}$. Observación: $\ln x$ es el logaritmo neperiano de x .

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x}$.

Modelo 3

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie el crecimiento y decrecimiento de la gráfica de la función $f(x) = -\frac{1}{9x^5 - x^7}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{3}{4x - 2x^2}$.

Modelo 4

Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Se considera la función $f(x) = \frac{\ln 7x}{x}$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento, posibles puntos de máximo y mínimo relativo y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f . Nota: $\ln x$ designa el logaritmo neperiano de x .

Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = \frac{x^6}{x^6 + 5}$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento y posibles puntos de máximo y mínimo relativo y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

Modelo 5

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{2x - x^2}}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie y dibuje la gráfica de la función $f(x) = 3x^7 - 8x^4$.

Modelo 6

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = -\frac{2}{3x - x^2}$

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 1x + 3}{x^2 - 5x + 4}$.

Modelo 7

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie y dibuje la gráfica de la función $f(x) = 2x^7 - 8x^4$.

Modelo 8

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie el crecimiento y decrecimiento de la gráfica de la función $f(x) = -\frac{1}{x - x^3}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{4}{5x - 3x^2}$.

Modelo 9

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 6x + 5}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie y dibuje la gráfica de la función $f(x) = 3x^7 - 8x^4$.

Modelo 10

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = -\frac{3}{x - x^2}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = \frac{x^4}{x^4 + 4}$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento y posibles puntos de máximo y mínimo relativo y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

Modelo 11

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea $f(x) = \frac{7}{x} + \ln 3x$. Realice un estudio de f y haga un dibujo aproximado de su gráfica.

Nota: $\ln x$ designa el logaritmo neperiano de x .

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

$$\text{Sea la función } f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x < -3 \\ p - 2x^2 & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ \frac{q}{x} & \text{si } 3 < x \end{cases} .$$

Determine los valores de p y q para que f sea continua en toda la recta real. Una vez determinados los valores de p y q en el apartado anterior, estudie la derivabilidad de f .

Modelo 12

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie la existencia de rectas asíntotas correspondiente a la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{\ln x^2}{5x + \sqrt{x}} . \text{ Observación: } \ln x \text{ es el logaritmo neperiano de } x .$$

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{4}{5x - 3x^2}$.

Modelo 13

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Se considera la función $f(x) = \frac{\ln x}{2x}$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento, posibles puntos de máximo y mínimo relativo y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie la gráfica de la función $f(x) = \ln(x^2 + 4)$.

Modelo 14

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = -\frac{5}{x - x^2}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie la gráfica de la función $f(x) = \ln(2x^2 + 2)$.

Modelo 15

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = -\frac{4}{3x^5 - x^6}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

$$\text{Sea la función } f(x) = \begin{cases} -x - 2 & \text{si } x < -3 \\ p - 2x^2 & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ \frac{q}{x} & \text{si } 3 < x \end{cases} .$$

Determine los valores de p y q para que f sea continua en toda la recta real.

Una vez determinados los valores de p y q en el apartado anterior, estudie la derivabilidad de f .

Modelo 16

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 - 3x + 2}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{3x - x^2}$.

Modelo 17

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie las asíntotas de la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + x - 6}{x^2 - 4x + 3}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie la gráfica de la función $f(x) = \ln(2x^2 + 2)$.

Modelo 18

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Se considera la función $f(x) = \frac{\ln 10x}{2x}$. Estudie el dominio, asíntotas, crecimiento, posibles puntos de máximo y mínimo relativo y haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f . Nota: $\ln x$ designa el logaritmo neperiano de x .

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{5}{4x - 3x^2}$.

Modelo 19

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Represente la gráfica de la función $f(x) = \frac{-2x^2 - 2x - 12}{-2x^2 + 10x - 12}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Estudie y dibuje la gráfica de la función $f(x) = -x^6 - 9x^4$.

Modelo 20

3 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Determine las ecuaciones de todas las rectas asíntotas de la función $f(x) = -\frac{3}{x^5 - x^7}$.

7 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x - 2 & \text{si } x < -2 \\ p - 2x^2 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{q}{x} & \text{si } 2 < x \end{cases}$.

Determine los valores de p y q para que f sea continua en toda la recta real.

Una vez determinados los valores de p y q en el apartado anterior, estudie la derivabilidad de f .

Sugerencias para la representación gráfica de una función

Para representar una función $f(x)$, puede seguirse el esquema siguiente:

1. Determinar el dominio de definición y el recorrido de $f(x)$. (Estudio de posibles discontinuidades, Regiones.)

2. Simetrías. Hay dos tipos de simetrías.

- Función par: $f(x)$ es simétrica respecto del eje OY . Se cumple que $f(-x) = f(x)$.
- Función impar: $f(x)$ es simétrica respecto del origen: Se cumple que $f(-x) = -f(x)$
- 3. Periodicidad. $f(x)$ es periódica de período p si $f(x + p) = f(x)$

En la práctica sólo se tiene en cuenta en las funciones trigonométricas.

4. Asíntotas. Puede haberlas verticales, horizontales y oblicuas

- Verticales. Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty \Rightarrow$ la recta $x = a$ es asíntota vertical $f(x)$
- Horizontales. Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b \Rightarrow$ la recta $y = b$ es una asíntota horizontal de $f(x)$.
- Oblicuas. Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = m$ ($m \neq 0$ y $m \neq \infty$) y $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = n$ ($n \neq \infty$) \Rightarrow

la recta $y = mx + n$ es una asíntota oblicua de la curva $y = f(x)$.

Es muy útil determinar, mediante el cálculo de límites laterales, la posición de la curva respecto de las asíntotas.

5. Puntos singulares e intervalos de variación y curvatura.

- Con la derivada primera, $f'(x)$: Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.
- Con la derivada segunda, $f''(x)$: Concavidad, convexidad y puntos de inflexión.

6. Determinar algunos puntos significativos de la curva $y = f(x)$.

Puntos máximos, mínimos y de inflexión. Puntos de corte de la curva con los ejes.

7. Trazado de la curva.

Todas las piezas deben encajar. En caso contrario habrá que revisar los cálculos realizados.