

Geometría del espacio

UNED 13–14

Área de un cuadrilátero**Modelo 3****2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

De un paralelogramo $ABCD$ se conocen únicamente los puntos $A = (-2, 2, 3)$, $B = (-4, 3, 4)$ y $C = (-1, 4, 7)$. Se pide determinar el cuarto punto D y el área de dicho paralelogramo.

Modelo 7**2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

De un paralelogramo $ABCD$ se conocen únicamente los puntos $A = (-3, 0, 4)$, $B = (-5, 1, 5)$ y $C = (-2, 2, 8)$. Se pide determinar el cuarto punto D y el área de dicho paralelogramo.

Modelo 12**2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

De un paralelogramo $ABCD$ se conocen únicamente los puntos $A = (2, 1, 2)$, $B = (0, 2, 3)$ y $C = (3, 3, 6)$. Se pide determinar el cuarto punto D y el área de dicho paralelogramo.

Ángulos**Modelo 15****6** Dado el plano $\pi \equiv x - y + z - 3 = 0$, determine todos los planos que contienen a los puntos $A = (-1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ y forman un ángulo de 30° con el plano π .

Observación $\operatorname{sen}(30^\circ) = \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$, $\operatorname{cos}(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Posiciones de rectas y planos en el espacio**Modelo 2****6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Dados los planos $\pi_1 \equiv x + 3y - 7 = 0$, $\pi_2 \equiv 3z - x - 8 = 0$, y $\pi_3 \equiv 9x + 13y - 14z + 7 = 0$. Estudie la posición relativa de esos tres planos.

Modelo 9**2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Se consideran las rectas: r_1 que pasa por los puntos $A = (-1, -1, 2)$ y $B = (0, -1, 2)$, y r_2 que pasa por los puntos $C = (-4, 1, 3)$ y $D = (-1, 2, 6)$. Estudie la posición relativa de dichas rectas.

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Dados los planos $\pi_1 \equiv 8z - 7y - 5x - 5 = 0$, $\pi_2 \equiv 6z - 6y - 4x - 2 = 0$, y $\pi_3 \equiv y + z - 5 = 0$. Estudie la posición relativa de esos tres planos.

Modelo 10**2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Estudie la posición relativa, dependiendo del valor del parámetro λ , de los tres planos siguientes: $\pi_1 \equiv -4y - 6z - 6x\lambda = 0$, $\pi_2 \equiv 2x - 2z - 2y\lambda = 0$, $\pi_3 \equiv 3y - 3x + 3z + 3\lambda = 0$.

Modelo 12**6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Halle p y q para que los tres planos $\pi_1 := 3x + 6y - 3z - 15 = 0$, $\pi_2 := 6x + 3y + 3pz = 0$ y $\pi_3 := 3x - q + 3y - 2z = 0$ contengan a una misma recta r . Determine unas ecuaciones paramétricas de r .

Modelo 15**2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Estudie la posición relativa, dependiendo del valor del parámetro λ , de los tres planos siguientes: $\pi_1 \equiv -4y - 6z - 6x\lambda = 0$, $\pi_2 \equiv z - x + y\lambda = 0$, $\pi_3 \equiv 3x - 3y - 3z - 3\lambda = 0$.

Modelo 1**6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Se consideran la recta $r := \begin{cases} z - 2y - x + 3 = 0 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi := x + my - z = 6$. Determine m para que r sea paralela a π . Calcule para dicho valor de m , la distancia entre r y π .

Modelo 5**6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Se consideran la recta $r := \begin{cases} z - 3y - 2x + 4 = 0 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi := x + my - z = 6$.

Determine m para que r sea paralela a π . Calcule, para dicho valor de m , la distancia entre r y π .

Distancias**Modelo 6****2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Dado el plano π de ecuación general $4 - z - 3x = 0$, determinar la ecuación general de cada uno de los planos que distan 1 unidad del plano π .

Modelo 3**6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Determine la distancia entre las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} 2z - 2y + 3 = 0 \\ 3y - x - 3z - 4 = 0 \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} 4z - 5y - x + 5 = 0 \\ 8y - 7z - 7 = 0 \end{cases}$.

Modelo 17**2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Determine la distancia del punto $A = (1, 2, 2)$ a la recta $r \equiv r \begin{cases} 12x + 3y + 6z = 0 \\ 3x - 3y - 3z + 3 = 0 \end{cases}$.

Proyecciones; perpendicularidad**Modelo 8****2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Determine el plano que contiene al punto $A = (2, 2, 2)$ y que es perpendicular a la recta

$$r \equiv \begin{cases} 4x + y + 2z = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases}.$$

2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Sean la recta $r := \begin{cases} x = -\lambda - 1 \\ y = -2\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$ y el plano $\pi := 4x - 3y + z - 1 = 0$. Halle las

ecuaciones paramétricas de la recta s , proyección ortogonal de r sobre π .

Modelo 11**6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Se consideran la recta $r := \begin{cases} 5x + 4y + z - 3 = 0 \\ 4x + y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi := x + my - z = 6$.

Determine m para que r sea perpendicular a π . Calcule, para dicho valor de m , el punto de intersección.

Modelo 14**6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Estudie los valores posibles de los coeficientes de la ecuación general del plano $\pi \equiv \alpha x + \beta y + \gamma z + \delta = 0$ para que dicho plano sea perpendicular a la recta

$$r_2 \equiv \begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x - 3y - z + 1 = 0 \end{cases} \text{ y que contenga al punto } A = (-1, 3, -1).$$

Modelo 19**2 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Sean la recta $r := \begin{cases} x = \lambda - 1 \\ y = 3\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$ y el plano $\pi := 2x - 3y + 2z - 1 = 0$. Halle las

ecuaciones paramétricas de la recta s , proyección ortogonal de r sobre π .

6 Ejercicio (valor 2.5 puntos)

Se consideran la recta $r := \begin{cases} 3x + 2y + z - 1 = 0 \\ 3x + y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi := x + my - z = 6$.

Determine m para que r sea perpendicular a π . Calcule, para dicho valor de m , el punto de intersección.

Simetrías**Modelo 1****2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)**

Determine el punto Q que es el simétrico del punto $P = (3, 2, 0)$ respecto al plano que determinan los puntos $A = (1, 4, 2)$, $B = (-1, 5, 3)$ y $C = (2, 6, 6)$. Nota El punto Q es la imagen especular del punto P supuesto que el plano fuera un espejo.

Modelo 2**2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)**

Determine el punto Q que es el simétrico del punto $P = (3, 0, 1)$ respecto al plano que determinan los puntos $A = (2, 4, 0)$, $B = (0, 5, 1)$ y $C = (3, 6, 4)$. Observación El punto Q es la imagen especular del punto P supuesto que el plano fuera un espejo.

Modelo 4**Ejercicio (valor 2.5 puntos)**

Determine el punto Q que es el simétrico del punto $P = (-3, -2, 0)$ respecto al plano que determinan los puntos $A = (1, -2, -2)$, $B = (-1, -1, -1)$ y $C = (2, 0, 2)$. Observación El punto Q es la imagen especular del punto P supuesto que el plano fuera un espejo.

Modelo 11**2 Ejercicio (valor 2.5 puntos)**

Determine el punto Q que es el simétrico del punto $P = (-3, 3, 1)$ respecto al plano que determinan los puntos $A = (2, -2, 3)$, $B = (0, -1, 4)$ y $C = (3, 0, 7)$. Nota: El punto Q es la imagen especular del punto P supuesto que el plano fuera un espejo.

Generales**Modelo 6****6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Halle unas ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A = (0, 2, -1)$ y corta

$$\text{a las dos rectas: } r := \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{y } s := \frac{1-x}{-3} = \frac{1-y}{-3} = \frac{z-1}{-6}.$$

Modelo 8**6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Se consideran las rectas: r_1 , que pasa por los puntos $A = (-1, 2, 3)$ y $B = (0, 2, 4)$, y

$$r_2 \equiv \begin{cases} 9x + 3y - 5z - 3 = 0 \\ 5y - 2x + 3z - 5 = 0 \end{cases}. \text{ Compruebe que si se cruzan y calcule la distancia entre ellas.}$$

Modelo 10**6 Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Determine la ecuación general de la recta s que está contenida en los plano π_1 y π_2 , donde π_1 es el plano que contiene al origen y es perpendicular la recta

$$r \equiv \begin{cases} 3x - 4y - 2z + 1 = 0 \\ 4x - 8y - 4z - 12 = 0 \end{cases}, \text{ y } \pi_2 \text{ es el plano que pasa por el origen y es paralelo al plano } \pi \equiv 3x + 3y + 3z - 8 = 0.$$

Modelo 4***Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Determine la ecuación general de tres planos, que son perpendiculares entre si y tal que la intersección de dos

$$\text{de ellos es la recta } r \equiv \begin{cases} 3z - 3y - x + 5 = 0 \\ 3y - x - 3z - 4 = 0 \end{cases}.$$