PROBLEMAS DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE

1. Peguntas de tipo test

1. (J12). La función $f(x) = x^2 + 6\ln x$:
a) Tiene puntos estacionarios (o críticos, es decir, puntos cuya primera derivada es nula) que no son de inflexión.
b) Tiene puntos de inflexión que no son estacionarios
c) Ninguna de las anteriores
Solución:

f '(x) = $2x+\frac{6}{x}$, f ''(x) = $2-\frac{6}{x^2}$ y f '''(x) = $2+\frac{12}{x^3}$.

De f '(x) = 0 $\Rightarrow 2x+\frac{6}{x}=0$; $2x^2+6=0$ (no tiene puntos estacionarios)

De f ''(x) = 0 $\Rightarrow 2-\frac{6}{x^2}=0$; $2x^2-6=0$; $x=\pm\sqrt{3}$

f ''' $(\pm\sqrt{3}) \neq 0$ (tiene dos puntos de inflexión)

La respuesta es b)

2. En el punto $x = 0$, $f(x) = sen(x^2)$ tiene:
a) Un mínimo local. b) Un máximo local. c) Ninguna de las anteriores.
Solución:

$f'(x) = 2x.\cos(x^2)$; $f'(0) = 0$;

$f''(x) = 2.\cos(x^2) + (2x)(2x)(-sen(x^2)) = 2.\cos(x^2) - 4x^2 sen(x^2)$; $f''(0) = 2 > 0$;

La respuesta es a)

3. (J13) En el punto $x = 0$, $f(x) = e^{1-px^2}$ tiene un mínimo local:
a) Si $p = -2$. b) Si $p = 2$. c) Ninguna de las anteriores.
Solución:

$f'(x) = -2pxe^{1-px^2}$; $f'(0) = 0$;

$f''(x) = (4p^2x^2 - 2p)e^{1-px^2}$; $f''(0) = -2pe^1$ (> 0, si $p = -2$) → mínimo

La respuesta es a)

4. (J10) La función $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ verifica:
a) Es siempre decreciente.
b) Tiene un máximo y un mínimo.
c) Ninguna de las anteriores.
Solución:
La derivada es:

$$f'(x) = \frac{2(x+1)e^x - (x+1)^2 e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x(1-x^2)}{e^{2x}} = \frac{1-x^2}{e^x}$$

La derivada se anula en $x = \pm 1$.

- Si $x < -1$, $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ decrece.
- Si $-1 < x < 1$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ crece. Por tanto en $x = -1$ hay un mínimo relativo.

- Si $x > 1$, $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ decrece. Por tanto, en $x = 1$ hay un máximo relativo.

La respuesta es b)

5. (J10) La función $f(x) = \dfrac{e^x}{1+x^2}$ verifica:

a) Tiene un máximo y una asíntota oblicua.
b) Nunca es decreciente.
c) Ninguna de las anteriores.

Solución:

$f'(x) = \dfrac{e^x(1-x)^2}{(1+x^2)^2} \Rightarrow f'(x) \geq 0$ para todo x. Por tanto nunca es decreciente.

La respuesta es b)

6. (J11) La función $f(x) = \dfrac{(x+1)^2}{e^x}$ verifica:

a) Tiene un máximo en $x = 1$.
b) Es creciente en todo su dominio.
c) Es decreciente en todo su dominio.

Solución:

Su derivada es:

$$f'(x) = \frac{2(x+1)e^x - (x+1)^2 e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x(1-x^2)}{e^{2x}} = \frac{1-x^2}{e^x}$$

La derivada se anula en $x = \pm 1$.

- Si $x < -1$, $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ decrece.
- Si $-1 < x < 1$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ crece. Por tanto en $x = -1$ hay un mínimo relativo.
- Si $x > 1$, $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ decrece. Por tanto, en $x = 1$ hay un máximo relativo.

La respuesta es a)

7. (M11) La ecuación de la recta tangente a $f(x) = x\sqrt{5-x^2}$ en el punto (1, *f*(1)) es:

a) $y = 2x - 1$ b) $3x + 2y - 5 = 0$

c) Ninguna de las anteriores, su ecuación es: _____

Solución:

$$y - f(1) = f'(1)(x-1)$$

$$f(x) = x\sqrt{5-x^2} \Rightarrow f'(x) = \sqrt{5-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{5-x^2}}$$

Se tiene: $f(1) = 2$, $f'(0) = 3/2$.

La recta tangente será: $y - 2 = \dfrac{3}{2}(x-1) \Rightarrow y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}$

La respuesta es c)

8. (M11) La derivada de $f(x) = \dfrac{e^{2x+2}}{(x-1)^2}$ en el punto $x = -1$ vale:

a) $-\dfrac{1}{8}$ b) $\dfrac{9}{4}$ c) $\dfrac{3}{4}$

Solución:

$$f(x)=\frac{e^{2x+2}}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{2e^{2x+2}(x-1)^2-e^{2x+2}\cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} \Rightarrow \text{(simplificando)}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{2e^{2x+2}(x-1)-e^{2x+2}\cdot 2}{(x-1)^3}=\frac{2(x-2)e^{2x+2}}{(x-1)^3} \to f'(-1)=\frac{2(-1-2)e^0}{(-1-1)^3}=\frac{-6}{-8}=\frac{3}{4}.$$

La respuesta es c)

9. (P12) El valor de $\lim_{x\to+\infty}\frac{x\ln(x)}{e^x}$ es:

a) e^{-1}. b) 0.

c) Ninguna de las anteriores, su valor es: _____

Solución:

Aplicando la regla de L´Hôpital.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x\ln(x)}{e^x}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=(L'H)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)+1}{e^x}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=(L'H)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1/x}{e^x}=\left[\frac{0}{\infty}\right]=0$$

La respuesta es b)

10. (P12) La función $f(x)=\frac{x^2}{x-4}$ verifica:

a) Tiene una asíntota horizontal.

b) Tiene un punto de inflexión.

c) Tiene un mínimo en $x = 8$.

Solución:

$$f'(x)=\frac{2x(x-4)-x^2}{(x-4)^2}=\frac{x(x-8)}{(x-4)^2} \Rightarrow f''(x)=\frac{32}{(x-4)^3}$$

Como $f'(8)=0$ y $f''(8)>0$, en $x = 8$ se tendrá un mínimo.

La respuesta es c)

11. (P13) Los dominios de definición de las funciones $f(x)=\frac{x+3}{x^2+4x}$ y $g(x)=\ln\left(x^2-9\right)$ son, respectivamente:

a) Dom(f) = (–3, +∞); Dom(g) = **R** – {3}

b) Dom(f) = **R** – {–4, 0}; Dom(g) = (–∞, –3) ∪ (3, +∞)

c) Dom(f) = **R** – {–4, –3, 0}; Dom(g) = (3, +∞)

Sol. $f(x)=\frac{x+3}{x^2+4x}$ no está definida cuando $x^2+4x=0 \to x=-4$ o $x = 0 \Rightarrow$

Dom(f) = **R** – {–4, 0}.

$g(x)=\ln\left(x^2-9\right)$ está definida cuando $\left(x^2-9\right)>0 \Rightarrow x<-3$ o $x>3 \Rightarrow x>5 \Rightarrow$

Dom(g) = (–∞, –3) ∪ (3, +∞).

La respuesta es b)

12. (P13) La función $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$ es:

a) Creciente para todo $x > 1$.

b) Creciente para todo $x < -1$.

c) Ninguna de las anteriores.

Solución:

$$f(x)=\frac{x}{x^2-1} \Rightarrow f'(x)=\frac{x^2-1-2x^2}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{-1-x^2}{\left(x^2-1\right)^2}.$$

La derivada es negativa para todo $x \neq \pm 1$. En consecuencia, la función es siempre decreciente en todo su dominio.

La respuesta es c)

13. (P13) La derivada de la función $f(x)=(5x-4)^2 e^{3x}$, en el punto $x = 0$, vale:

a) $f'(0)=8$.

b) $f'(0)=16$.

c) Ninguna de las anteriores.

Solución:

$$f(x)=(5x-4)^2 e^{3x} \Rightarrow f'(x)=2(5x-4)\cdot 5e^{3x}+(5x-4)^2\cdot 3e^{3x}=(15x-2)(5x-4)e^{3x}$$

La respuesta es a)

14. (P13) El polinomio de Taylor de grado 2 de la función $f(x)=\ln(2x-1)$, en el punto $x =$ 1, es:

a) $P(x)=x^2-2x+1$

b) $P(x)=-4x^2+2x$

c) Ninguna de las anteriores.

Solución:

$$f(x)=\ln(2x-1) \Rightarrow f(1)=0$$

$$f'(x)=\frac{2}{2x-1} \Rightarrow f'(1)=2$$

$$f''(x)=\frac{-4}{(2x-1)^2} \Rightarrow f''(1)=-4$$

Por tanto: $P(x)=2(x-1)-\frac{4}{2}(x-1)^2 \Rightarrow P(x)=-2x^2+6x-4$.

La respuesta es c)

Problemas

1. (J12) (1 punto) Hallar el polinomio de Taylor de grado 4, en el origen, de la función $f(x) = \cos x$. Utilizar dicho polinomio para calcular cos 0,1. ¿Puede asegurarse que el error cometido es menor que 10^{-6}?
Solución:
f(x) = cos x; f´(x) = –sen x; f´´(x) = –cos x; f´´´(x) = sen x; $f^{(4}(x)$ = cos x; $f^{(5}(x)$ = –sen x

$$P(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} \qquad R(x) = \frac{1}{5!} f^{(5}(c)x^5$$

$$P(0,1) = 1 - \frac{0,1^2}{2} + \frac{0,1^4}{4!} = 0,9950041667 \;;\; R(x) = \frac{1}{5!}10^{-5} f^{(5}(c) < 10^{-6}$$

2. Hallar el polinomio de Taylor de grado 3 de la función $f(x) = xe^{x-1}$, en el punto $x = 1$. Utilizar dicho polinomio para calcular aproximadamente $f(1,3)$. (1 punto)
Solución:

$$f(x) = xe^{x-1} \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f'(x) = e^{x-1} + xe^{x-1} = (1+x)e^{x-1} \Rightarrow f'(1) = 2$$

$$f''(x) = e^{x-1} + (1+x)e^{x-1} = (2+x)e^{x-1} \Rightarrow f''(1) = 3$$

$$f'''(x) = e^{x-1} + (2+x)e^{x-1} = (3+x)e^{x-1} \Rightarrow f'''(1) = 4$$

Por tanto: $P(x) = 1 + 2(x-1) + \frac{3}{2}(x-1)^2 + \frac{2}{3}(x-1)^3$

$$f(1,3) \approx P(1,3) = 1 + 2\cdot 0,3 + \frac{3}{2}\cdot 0,3^2 + \frac{2}{3}\cdot 0,3^3 = 1,753$$

Otros problemas de Taylor (Propuestos en los exámenes de Licenciatura)

1. (S04) Hallar el polinomio de Taylor de grado 3, en el origen, de la función $f(x) = xe^x$. Utilizar dicho polinomio para calcular aproximadamente $f(0,1)$.
Solución:

$$f(x) = xe^x \Rightarrow f(0) = 0$$

$$f'(x) = e^x + xe^x = (1+x)e^x \Rightarrow f'(0) = 1$$

$$f''(x) = e^x + (1+x)e^x = (2+x)e^x \Rightarrow f''(0) = 2$$

$$f'''(x) = e^x + (2+x)e^x = (3+x)e^x \Rightarrow f'''(0) = 3$$

Por tanto: $P(x) = x + x^2 + \frac{x^3}{2}$

$$f(0,1) \approx P(0,1) = 0,1 + 0,1^2 + \frac{0,1^3}{2} = 0,1 + 0,01 + 0,0005 = 0,1105$$

2. (S05) El polinomio de Taylor de grado 4 de la función $f(x) = x^2e^x$, en $x = 0$, es:

a) $P(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}$ b) $P(x) = x^2 + x^3 + \frac{x^4}{2}$

c) Ninguna de las anteriores.

Solución:

$f(x) = x^2e^x \Rightarrow f'(x) = (x^2 + 2x)e^x \Rightarrow f''(x) = (x^2 + 4x + 2)e^x \Rightarrow$

$\Rightarrow f'''(x) = (x^2 + 6x + 6)e^x \Rightarrow f^{(4}(x) = (x^2 + 8x + 12)e^x$

En x = 0, toman los valores 0, 0, 2, 6 y 12, respectivamente.

Luego:

$$P(x) = 0 + 0 \cdot x + \frac{2x^2}{2!} + \frac{6x^3}{3!} + \frac{12x^4}{4!} \Rightarrow P(x) = x^2 + x^3 + \frac{x^4}{2}$$

3. (S06) El polinomio de Taylor de grado 3 de la función $f(x) = \sin(x-2)$ en el punto $x = 2$, es:

a) $P(x) = -\frac{1}{6}\left(x^3 - 6x^2 + 6x + 4\right)$ b) $P(x) = x - \frac{1}{6}x^3$

c) Ninguna de las anteriores.

Solución:

$f(x) = \sin(x-2) \rightarrow f(2) = 0$; $f'(x) = \cos(x-2) \rightarrow f'(2) = 1$;

$f''(x) = -\sin(x-2) \rightarrow f''(2) = 0$; $f'''(x) = -\cos(x-2) \rightarrow f'''(2) = -1$.

Luego: $P(x) = (x-2) - \frac{1}{6}(x-2)^3 \Rightarrow P(x) = -\frac{1}{6}\left(x^3 - 6x^2 + 6x + 4\right)$

4. (S07) Dada la función $f(x) = x^2 + \ln(1+x)$:

a) Halla su polinomio de Taylor de tercer grado en $x = 0$. (0,7 puntos)

b) ¿Podría asegurase que el error máximo que se comete cuando se calcula *f*(0,5) utilizando el polinomio anterior es inferior a 1/64? Justifica la respuesta. (0,3 puntos)

Solución:

a) $f(x) = x^2 + \ln(1+x) \rightarrow f'(x) = 2x + \frac{1}{1+x} \rightarrow f''(x) = 2 - \frac{1}{(1+x)^2} \rightarrow f'''(x) = \frac{2}{(1+x)^3}$

$f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, $f''(0) = 1$, $f'''(0) = 2$

$$P(x) = x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 \Rightarrow P(x) = x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$$

b) $f^{(4}(x) = \frac{-6}{(1+x)^4} \rightarrow$ Cota de error $< \left|\frac{1}{4!} \cdot \frac{-6}{(1+h)^4}x^4\right|$, con $0 < h < x$.

Para $x = 0{,}5$, $\left|\frac{1}{4!} \cdot \frac{-6}{(1+h)^4}x^4\right| = \frac{1}{4(1+h)^4}\frac{1}{2^4} < \frac{1}{64}$

<u>Nota</u>: Si existe la derivada $f^{(n+1}(x)$ en un entorno del punto $x = a$, el valor de $R_n(x)$ viene dado por la expresión

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}, \text{ donde } c \text{ está entre } a \text{ y } x.$$

5. (F09). El polinomio de Taylor de grado 3 de la función $f(x)=\sin x+\cos 2x$, en $x = 0$, es:

a) $P(x)=1+x-\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3$ b) $P(x)=1+x-2x^2-\frac{1}{6}x^3$

c) $P(x)=1-2x-x^2+\frac{1}{6}x^3$

Solución:

$f(x)=\sin x+\cos 2x \;\longrightarrow\; f(0)=1$

$f'(x)=\cos x-2\sin 2x \;\longrightarrow\; f'(0)=1$

$f''(x)=-\sin x-4\cos 2x \;\longrightarrow\; f''(0)=-4$

$f''(x)=-\cos x+8\sin 2x \;\longrightarrow\; f'''(0)=-1$

Por tanto, $P(x)=1+x-\frac{4}{2!}x^2-\frac{1}{3!}x^3=1+x-2x^2-\frac{1}{6}x^3$

6. (J08) El polinomio de Taylor de 4º grado de la función $f(x)=x\ln(1+x)$ en el punto $x = 0$ es:

a) $P(x)=(x+1)+\frac{(x+1)^2}{2!}+\frac{(x+1)^3}{3!}+\frac{(x+1)^4}{4!}$

b) $P(x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}$ c) $P(x)=x^2-\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{3}x^4$

Solución:

$f(x)=x\ln(1+x) \;\Rightarrow\; f'(x)=\ln(1+x)+\frac{x}{1+x} \;\Rightarrow\; f''(x)=\frac{1}{1+x}+\frac{1}{(1+x)^2} \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; f'''(x)=\frac{-1}{(1+x)^2}-\frac{2}{(1+x)^3} \;\Rightarrow\;\Rightarrow\; f^{(4}(x)=\frac{2}{(1+x)^3}+\frac{6}{(1+x)^8}$

Luego: $f(0)=0$; $f'(0)=0$; $f''(0)=2$; $f'''(0)=-3$; $f^{(4}(x)=8$

Por tanto, $P(x)=x^2-\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{3}x^4$

7. (S10) El polinomio de Taylor de grado 3 de la función $f(x)=\sin(x-2)$ en el punto $x = 2$, es:

a) $P(x)=-\frac{1}{6}\left(x^3-6x^2+6x+4\right)$ b) $P(x)=x-\frac{1}{6}x^3$

c) Ninguna de las anteriores.

Solución:

$f(x)=\sin(x-2) \;\rightarrow\; f(2)=0$; $f'(x)=\cos(x-2) \;\rightarrow\; f'(2)=1$;

$f''(x)=-\sin(x-2) \;\rightarrow\; f''(2)=0$; $f'''(x)=-\cos(x-2) \;\rightarrow\; f'''(2)=-1$.

Luego: $P(x)=(x-2)-\frac{1}{6}(x-2)^2 \;\Rightarrow\; P(x)=-\frac{1}{6}\left(x^3-6x^2+6x+4\right)$

8. (E11) (1 punto) Halla el polinomio de Taylor de grado 4 de la función $f(x)=x\ln(x+1)$, en el punto $x = 0$. (1 punto)

Solución:

$f(x)=x\ln(x+1) \;\Rightarrow\; f(0)=0$ $\quad f'(x)=\ln(x+1)+\frac{x}{x+1} \;\Rightarrow\; f'(0)=0$

$f''(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{(x+1)^2}\ \Rightarrow\ f''(0)=2 \qquad f'''(x)=\dfrac{-1}{(x+1)^2}-\dfrac{2}{(x+1)^3}\ \Rightarrow\ f'''(0)=-3$

$f^{4)}(x)=\dfrac{2}{(x+1)^3}+\dfrac{6}{(x+1)^6}\ \Rightarrow\ f^{4)}(0)=8$

$P(x)=\dfrac{2x^2}{2!}-\dfrac{3x^3}{3!}+\dfrac{8x^4}{4!}=x^2-\dfrac{1}{2}x^3+\dfrac{1}{3}x^4$.

9. (S11) (1 punto) Dada la función $f(x)=e^{-x}$, obtener el polinomio de Taylor de grado 3 en el punto $x = 0$. Demostrar que si calculamos $e^{-0,2}$ mediante ese polinomio, el error de estimación será como máximo $\dfrac{1}{4!\cdot 5^4}$.

Solución:

$f(x)=e^{-x}\ \Rightarrow\ f'(x)=-e^{-x}\ \rightarrow\ f''(x)=e^{-x}\ \rightarrow\ f'''(x)=-e^{-x}\ \rightarrow\ f^{(4}(x)=e^{-x}$

Luego, $P(x)=1-x+\dfrac{x^2}{2!}-\dfrac{x^3}{3!}$ → (hasta aquí, 0,5 puntos)

Por tanto: $e^{-x}=1-x+\dfrac{x^2}{2!}-\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{e^{-x_0}x^4}{4!}$, donde $\dfrac{e^{-x_0}x^4}{4!}$ es el resto (el error), con $x_0\in(0,x)$

Para $e^{-0,2}$, el resto es $\dfrac{e^{-x_0}x^4}{4!}$, con $x_0 \in (0, 0,2) = (0, 1/5) \Rightarrow$ $\dfrac{e^{-x_0}x^4}{4!}<\dfrac{e^0}{4!}\left(\dfrac{1}{5}\right)^4=\dfrac{1}{4!\cdot 5^4}$

Otras sugerencias de repaso

Del Tema 8 (Soluciones) en
http://matematicasjmmm.com/matemticas-ii-tecnolgico

Tangente a una curva

17. Halla la ecuación de la recta tangente a cada una de las curvas siguientes en los puntos que se indica:

a) $f(x) = -x^2 + 4x$ en el punto $x = 3$.

b) $y = \dfrac{2}{x+3}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

c) $f(x) = \dfrac{4}{x}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

d) $f(x) = \dfrac{6x}{4x^2+1}$ en el punto $x = 1$.

e) $f(x) = e^{-x+2}$ en el punto $x = 2$.

f) $f(x) = \ln(x-3)$ en el punto de abscisa $x = 4$.

Solución:
La ecuación de la recta tangente a la curva asociada a la función $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = a$ viene dada por la expresión: $y - f(a) = f'(a)(x-a)$

a) La recta tangente a la función $f(x) = -x^2 + 4x$ en el punto de abscisa $x = 3$, será:
$y' - f(3) = f'(3)(x-3)$.
Como $f(3) = 3$ y $f'(3) = -2$, se obtiene: $y - 3 = -2(x-3) \Rightarrow y = -2x + 9$.

b) $y = \dfrac{2}{x+3} \Rightarrow y = \dfrac{-2}{(x+3)^2} \to y(1) = 1/2;\ y'(1) = -1/8$.

La ecuación de la tangente es: $y - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{8}(x-1) \Rightarrow y = -\dfrac{1}{8}x + \dfrac{5}{8}$.

c) $f(x) = \dfrac{4}{x} \Rightarrow f(2) = 2;\ f'(x) = -\dfrac{4}{x^2} \Rightarrow f'(2) = -1$.
Por tanto, la recta tangente es: $y - 2 = -(x-2) \Rightarrow y = -x + 4$.

d) $f(x) = \dfrac{6x}{4x^2+1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{6(1-4x^2)}{(4x^2+1)^2} \to (f(1) = 6/5;\ f'(1) = -18/25)$

La tangente es: $y - \dfrac{6}{5} = -\dfrac{18}{25}(x-1) \Leftrightarrow y = -\dfrac{18}{25}x + \dfrac{48}{25}$.

e) $f(x) = e^{-x+2} \Rightarrow f(2) = e^0 = 1;\ f'(x) = -e^{-x+2} \Rightarrow f'(2) = -e^0 = -1$.
La tangente es: $y - 1 = -(x-2) \Rightarrow y = -x + 3$.

f) $f(x) = \ln(x-3) \Rightarrow f(4) = \ln 1 = 0;\ f'(x) = \dfrac{1}{x-3} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{4-3} = 1$.
La tangente es: $y - 0 = (x-4) \Rightarrow y = x - 4$.

18. Halla la ecuación de la recta tangente a $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ en el punto (0, f(0)) es:
Solución:

La ecuación de la recta pedida es: $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$

$$f(x) = x\sqrt{4 - x^2} \Rightarrow f'(x) = \sqrt{4 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}} \Rightarrow f(0) = 0;\ f'(0) = 2.$$

La recta tangente será: $y - 0 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x$.

<u>Práctica de derivadas</u>: ver los problemas del 23 al 31 del Tema 8 (Soluciones) en http://matematicasjmmm.com/matemticas-ii-tecnolgico

<u>Representación gráfica de una función</u>: ver los problemas del 1 al 6 y del 18 al 23 del Tema 9 (Soluciones) en la misma página: http://matematicasjmmm.com/matemticas-ii-tecnolgico