Cuestiones de álgebra elemental
Ecuaciones e inecuaciones…

1. Una serie de números se define como sigue: $a_1 = 3;\ a_n = 2a_{n-1} + 1$

a) Halla a_2, a_3, a_4 y a_5.

b) Determina la expresión general, en función de n, del término a_n. Aplicar esa expresión para calcular a_{10}.

Solución:

a) $a_1 = 3;\ a_n = 2a_{n-1} + 1 \Rightarrow a_2 = 2\cdot 3 + 1 = 7$; $a_3 = 2\cdot 7 + 1 = 15$; $a_4 = 2\cdot 15 + 1 = 31$;

$a_5 = 2\cdot 31 + 1 = 63$.

b) $a_n = 2^{n+1} - 1 \Rightarrow a_{10} = 2^{11} - 1 = 2047$.

2. a) Extrae todos factores posibles de los siguientes radicales:

1) $\sqrt{12x^3}$ 2) $\sqrt{16x^3 + 6x^2}$ 3) $\sqrt{9a - 27b}$

b) Opera las siguientes expresiones:

1) $\left(3 + 2\sqrt{5}\right)\left(2 - 3\sqrt{5}\right)$ 2) $\left(\sqrt{7} + 2\sqrt{2}\right)^2$

c) Halla el término general de la progresión aritmética de diferencia 5 y $a_8 = 19$. ¿Cuánto vale el término cuadragésimo octavo?

Solución:

a) 1) $\sqrt{12x^3} = 2x\sqrt{3x}$ 2) $\sqrt{16x^3 + 6x^2} = \sqrt{x^2(16x + 6)} = x\sqrt{16x + 6}$

3) $\sqrt{9a - 27b} = \sqrt{9(a - 3b)} = 3\sqrt{a - 3b}$

b) 1) $\left(3 + 2\sqrt{5}\right)\left(2 - 3\sqrt{5}\right) = 6 - 9\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 6\cdot 5 = -24 - 5\sqrt{5}$.

2) $\left(\sqrt{7} + 2\sqrt{2}\right)^2 = 7 + 4\sqrt{14} + 8 = 15 + 4\sqrt{14}$.

c) $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$a_8 = a_1 + 7d \Rightarrow 19 = a_1 + 7\cdot 5 \Rightarrow a_1 = -16$.

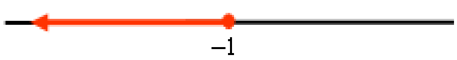
Luego: $a_n = -16 + 5(n-1) \Rightarrow a_n = 5n - 21 \to a_{48} = 5\cdot 48 - 21 = 219$

3. Expresa en notación de intervalos y representa gráficamente los siguientes conjuntos de números reales:

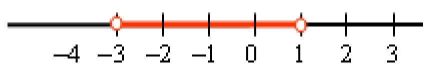
a) $x \le -1$ b) $|x + 1| < 2$

Solución:

a) $x \le -1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1]$



b) $|x + 1| < 2 \Leftrightarrow -2 < x + 1 < 2 \Leftrightarrow -3 < x < 1 \Leftrightarrow x \in (-3, 1)$



4. Expresa en notación de intervalos y representa gráficamente los siguientes conjuntos de números reales:

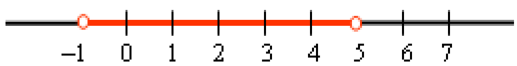
a) $x > -1$ b) $|x - 2| < 3$

Solución:

a) $x > -1 \Leftrightarrow x \in (-1, +\infty)$

b) $|x - 2| < 3 \Leftrightarrow -3 < x - 2 < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \in (-1, 5)$



5. Extrae todos factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{25+400}$ b) $\sqrt{12x^3}$ c) $\sqrt{16x^3+8x^2}$

Solución:

a) $\sqrt{25+400} = \sqrt{25(1+16)} = 5\sqrt{17}$

b) $\sqrt{12x^3} = 2x\sqrt{3x}$

c) $\sqrt{16x^3+8x^2} = \sqrt{4x^2(4x+2)} = 2x\sqrt{4x+2}$

6. Calcula, simplificando el resultado, las siguientes operaciones:

a) $\left(\frac{2}{5}-5\right)\cdot\frac{3}{7}-\frac{2}{3}$ b) $\frac{(-2)^7\cdot 5^2-2^4}{2^5\cdot 5}$ c) $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{45}}{2\sqrt{5}}$

Solución:

a) $\left(\frac{2}{5}-5\right)\cdot\frac{3}{7}-\frac{2}{3} = \left(\frac{-23}{5}\right)\cdot\frac{3}{7}-\frac{2}{3} = -\frac{69}{35}-\frac{2}{3} = \frac{-207-70}{105} = -\frac{277}{105}$

b) $\frac{(-2)^7\cdot 5^2-2^4}{2^5\cdot 5} = \frac{-2^7\cdot 5^2-2^4}{2^5\cdot 5} = \frac{-2^3\cdot 25-1}{2\cdot 5} = -\frac{201}{10}$

c) $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{45}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{25\cdot 5}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{9\cdot 5}}{2\sqrt{5}} = \frac{5\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 5-\frac{3}{2} = \frac{7}{2}$

7. Sin utilizar la función logaritmo de la calculadora, aplicando las propiedades de los logaritmos y sabiendo que log 2 = 0,3010 y log 3 = 0,4771, calcula:

a) log 50 b) log 60 c) $\log\frac{32}{27}$

Solución:

a) log 50 = $\log\frac{100}{2} = \log 100 - \log 2 = 2 - 0{,}3010 = 1{,}6990$

b) log 60 = log (10 · 2 · 3) = log 10 + log 2 + log 3 = 1,7781

c) $\log\frac{32}{27} = \log 32 - \log 27 = \log 2^5 - \log 3^3 = 5\log 2 - 3\log 3 = 0{,}0737$

8. a) Descompón en factores el polinomio $P(x) = 2x^3 - 10x^2 + 14x - 6$, sabiendo que $x = 1$ es una de sus raíces.

b) Halla el polinomio de 2º grado que tiene por raíces $x = 1$ y $x = -6$ y tal que $P(0) = -12$.

c) Halla el valor de b y factoriza $P(x) = x^3 + bx^2 - 12x$ sabiendo que $x = -2$ es una de sus raíces.

d) Halla, simplificando el resultado, $\frac{5}{x^2}+\frac{3x}{x^2+x}-\frac{3}{x+1}$.

Solución:

a) $P(x) = 2x^3 - 10x^2 + 14x - 6 = 2(x-1)^2(x-3)$.

b) $P(x) = 2x^2 + 10x - 12$.

c) $b = -4$; $P(x) = x^3 - 4x^2 - 12x = x(x+2)(x-6)$.

d) $\frac{5}{x^2}+\frac{3x}{x^2+x}-\frac{3}{x+1} = \frac{5x+5}{x^2(x+1)}+\frac{3x^2}{(x^2+x)x}-\frac{3x^2}{(x+1)x^2} = \frac{5x+5}{x^2(x+1)} = \frac{5}{x^2}$.

9. a) Factoriza $P(x) = x^3 - 7x + 6$. b) Simplifica $\dfrac{7x^2 + 21x}{63x - 7x^3}$.

c) Transforma la expresión $\dfrac{x^3 - 4x + 2}{x - 1}$ en su equivalente de la forma $C(x) + \dfrac{r(x)}{d(x)}$.

Solución:

a) $P(x) = x^3 - 7x + 6$. Probando se ve que $x = 1$ es raíz $\Rightarrow$

$\Rightarrow P(x) = x^3 - 7x + 6 = (x-1)(x^2 + x - 6) = (x-1)(x-2)(x+3)$

b) $\dfrac{7x^2 + 21x}{63x - 7x^3} = \dfrac{7x(x+3)}{7x(9-x^2)} = \dfrac{x+3}{9-x^2} = \dfrac{x+3}{(3-x)(3+x)} = \dfrac{1}{3-x}$

c) Dividiendo: $\dfrac{x^3 - 4x + 2}{x - 1} = x^2 + x - 3 - \dfrac{1}{x-1}$

10. a) Discute y resuelve en función de p la ecuación $x^2 - 4x + p = 0$.

b) Resuelve: $\sqrt{2x^2 + 3x - 1} - 3 = x$. c) Resuelve: $\dfrac{x^2 - 3x}{x^2 + 1} - 2 = 0$.

Solución:

a) $x^2 - 4x + p = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 - 4p}}{2}$.

Si $p < 4$, dos soluciones; si $p = 4$, una solución doble, $x = 2$; si $p > 0$ no hay soluciones reales.

b) $\sqrt{2x^2 + 3x - 1} - 3 = x \Rightarrow \sqrt{2x^2 + 3x - 1} = x + 3 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 1 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow x = -2$ y 5.

c) $\dfrac{x^2 - 3x}{x^2 + 1} - 2 = 0 \Rightarrow \dfrac{x^2 - 3x - 2x^2 - 2}{x^2 + 1} = 0 \Rightarrow -x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1$ y $x = -2$.

11. a) Discute, resuelve y clasifica en función de p, las soluciones de la ecuación:
$x(x-p)(x^2 - 1) = 0$.

b) Resuelve: $\sqrt{x^2 + 16} - 2x = -1$ c) Resuelve: $\begin{cases} x^2 - 6x + 2y = 0 \\ x^2 - 3x + y = 2 \end{cases}$

Solución:

a) $x(x-p)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x(x-p)(x-1)(x+1) = 0$.

Las soluciones son: $x = 0$, $x = p$, $x = -1$, $x = 1$. Por tanto, si $p = 0$, $x = 0$ es doble; si $p = -1$, $x = -1$ es doble; si $p = 1$, $x = 1$ es doble.

b) $\sqrt{x^2 + 16} - 2x = -1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 16} = 2x - 1 \Rightarrow x^2 + 16 = (2x-1)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 + 16 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 15 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{196}}{6} = \dfrac{4 \pm 14}{6} = \begin{cases} 3 \\ -5/3 \end{cases}$.

Sólo vale $x = 3$.

c) $\begin{cases} x^2 - 6x + 2y = 0 \\ x^2 - 3x + y = 2 \end{cases} \rightarrow$ Despejando y en la segunda ecuación y sustituyendo en la primera, se tiene: $\begin{cases} x^2 - 6x + 2y = 0 \\ y = -x^2 + 3x + 2 \end{cases} \Rightarrow -x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$.

Si $x = 2 \Rightarrow y = 4$. La solución es el punto (2, 4). Si $x = -2 \Rightarrow y = -8$. Punto (−2, −8).

12. a) Utiliza la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto de la división:
$\left(x^5+x-2x^3\right):(x-1)$
b) Halla el polinomio de 2º grado que tiene por raíces $x = 1$ y $x = -6$ y tal que $P(0) = -12$.
c) Halla el valor de b y factoriza $P(x)=x^3+bx^2-12x$ sabiendo que $x = -2$ es una de sus raíces.

Solución:
a) $\left(x^5+x-2x^3\right):(x-1)\Rightarrow$

	1	0	−2	0	1	0
1		1	1	−1	−1	0
	1	1	−1	−1	0	0

Cociente: $C(x)=x^4+x^3-x^2-x$; Resto = 0

b) $P(x)=a(x-1)(x+6)\to P(0)=a(-1)\cdot 2=-12\Rightarrow a=2$. Luego $P(x)=2(x-1)(x+6)$
c) $P(-2)=-8+4b+24=0\Rightarrow b=-4$.
Luego, $P(x)=x^3-4x^2-12x\Rightarrow P(x)=x(x+2)(x-6)$.

13. Resuelve el sistema: $\begin{cases}3x^2-2y=3\\ y+x=1\end{cases}$

Solución:
$\begin{cases}3x^2-2y=3\\ y+x=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3x^2-2y=3\\ y=1-x\end{cases}\Rightarrow 3x^2-2(1-x)=3\Rightarrow 3x^2+2x-5=0\Rightarrow x=1;\ x=-5/3$
Las soluciones son: (1, 0) y (–5/3, 8/3).

14.Resuelve el sistema: $\begin{cases}3x^2-2y=0\\ 2y-2x=0\end{cases}$.

Solución:
$\begin{cases}3x^2-2y=0\\ 2y-2x=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3x^2-2y=0\\ x=y\end{cases}\Rightarrow 3x^2-2x=0\Rightarrow (0, 0); (2/3, 2/3)$.

15. Resuelve las siguientes ecuaciones:
a) $3^{2x-1}=243$ b) $2^x+2^{x+1}+2^{x+3}=88$ c) $\ln\left(x^2-1\right)=0$ d) $\log(x+5)^2=2$

Solución:
a) $3^{2x-1}=243\Rightarrow 3^{2x-1}=3^5\Rightarrow x=3$
b) $2^x+2^{x+1}+2^{x+3}=88\Rightarrow 2^x\left(1+2+2^3\right)=88\Rightarrow 2^x=8\Rightarrow x=3$.
c) $\ln\left(x^2-1\right)=0\Rightarrow x^2-1=1\Rightarrow x^2=2\Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$
d) $\log(x+5)^2=2\Rightarrow (x+5)^2=10^2\Rightarrow x+5=\pm 10\Rightarrow x=5;\ x=-15$.

16. Resuelve las siguientes ecuaciones:
a) $3^{2x}=45$ b) $2\cdot x^3=250$ c) $\ln(x-1)=1$ d) $\log(2x-5)^2=2$

Solución:
a) $3^{2x}=45\Rightarrow \log 3^{2x}=\log 45\Rightarrow 2x\log 3=\log 45\Rightarrow x=\dfrac{\log 45}{2\log 3}=1{,}7332\ldots$
b) $2\cdot x^3=250\Rightarrow x^3=125\Rightarrow x=5$. c) $\ln(x-1)=1\Rightarrow x-1=e\Rightarrow x=1+e$.
d) $\log(2x-5)^2=2\Rightarrow (2x-5)^2=10^2\Rightarrow 2x-5=\pm 10\Rightarrow x=7{,}5;\ x=-2{,}5$.

17. Resuelve las siguientes inecuaciones, y representa, en cada caso, el intervalo solución:

a) $x^2+2x>0$ b) $\dfrac{x+2}{2x-1}\ge -1$ c) $\sqrt{x^2-9}<4$

Solución:

a) $x^2+2x>0 \Rightarrow x(x+2)>0 \Rightarrow x\in(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$

b) $\dfrac{x+2}{2x-1}\ge -1 \Leftrightarrow \dfrac{x+2}{2x-1}+1\ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{3x+1}{2x-1}\ge 0 \Rightarrow x\in(-\infty,-1/3]\cup(1/2,+\infty)$

c) $\sqrt{x^2-9}<4 \Leftrightarrow 0\le x^2-9<16 \Rightarrow x^2-9<16\ x^2<25 \Rightarrow x\in(-5,5)$;

$0\le x^2-9 \Rightarrow x^2\ge 9 \Rightarrow x\in(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$.

La intersección de ambos intervalos es la solución: $x\in(-5,-3]\cup[3,5)$.

18. Resuelve las siguientes inecuaciones, y representa, en cada caso, el intervalo solución:

a) $x^2-3x\le 0$ b) $\dfrac{x+2}{2x-1}\ge -1$ c) $\sqrt{2x^2-7}<5$

Solución:

a) $x^2-3x\le 0 \Rightarrow x(x-3)\le 0 \Rightarrow x\in[0,3]$

b) $\dfrac{x+2}{2x-1}\ge -1 \Leftrightarrow \dfrac{x+2}{2x-1}+1\ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{3x+1}{2x-1}\ge 0 \Rightarrow x\in(-\infty,-1/3]\cup(1/2,+\infty)$

c) $\sqrt{2x^2-7}<5 \Leftrightarrow 0\le 2x^2-7<25 \rightarrow 2x^2-7<25 \Rightarrow x^2<16 \Rightarrow x\in(-4,4)$;

$0\le 2x^2-7 \Rightarrow x^2\ge 7/2 \Rightarrow x\in\left(-\infty,-\sqrt{7/3}\right]\cup\left[\sqrt{7/2},+\infty\right)$.

La intersección de ambos intervalos es la solución: $x\in\left(-4,-\sqrt{7/3}\right]\cup\left[\sqrt{7/2},+4\right)$.

19. Resuelve las siguientes inecuaciones, y representa, en cada caso, el intervalo solución:

a) $4x-x^2>0$ b) $\dfrac{15}{2-x}\le 5$ c) $|2x-1|<3$

Solución:

a) $4x-x^2>0 \Leftrightarrow x(4-x)>0 \Rightarrow x\in(0,4)$;

b) $\dfrac{15}{2-x}\le 5 \Rightarrow \dfrac{15}{2-x}-5\le 0 \Rightarrow \dfrac{5+5x}{2-x}\le 0 \Rightarrow x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

c) $|2x-1|<3 \Leftrightarrow -3<2x-1<3 \Leftrightarrow x\in(-1,2)$

20. Resuelve las inecuaciones:

a) $1-3x>0$ b) $2x^2-6x\le 0$ c) $\dfrac{1}{x}<-1$ d) $|x+1|<2$.

Solución:

a) $1-3x>0 \Rightarrow 1>3x \Rightarrow x<\dfrac{1}{3}$

b) $2x^2-6x\le 0 \Rightarrow 2x(x-3)\le 0 \Rightarrow x\in[0,3]$.

c) $\dfrac{1}{x}<-1 \Rightarrow \dfrac{1}{x}+1<0 \Rightarrow \dfrac{1+x}{x}<0 \Rightarrow x\in(-1,0)$. Si $x<-1$ o $x>0$, $\dfrac{1+x}{x}>0$

d) $|x+1|<2 \Rightarrow -2<x+1<2 \Rightarrow -3<x<1$.

21. Resuelve las inecuaciones:

a) $5-3x>2$ b) $x^2+3x\le 0$ c) $\dfrac{x-2}{x}<-1$ d) $|x-2|<1$.

Solución:

a) $5-3x>2 \Rightarrow 3>3x \Rightarrow x<1$

b) $x^2+3x\le 0 \Rightarrow x(x+3)\le 0 \Rightarrow x\in[-3,0]$.

c) $\dfrac{x-2}{x}<-1 \Rightarrow \dfrac{x-2}{x}+1<0 \Rightarrow \dfrac{2x-2}{x}<0 \Rightarrow x\in(0,1)$. Si $x<0$ o $x>1$, $\dfrac{2x-2}{x}>0$

d) $|x-2|<1 \Rightarrow -1<x-2<1 \Rightarrow 1<x<3$.

22. a) Halla el polinomio de 2º grado que tiene por raíces $x=-2$ y $x=3$ y tal que $P(0)=18$.

b) Halla la descomposición en factores del polinomio $P(x)=x^3-2x^2-3x$.

c) Halla, simplificando el resultado: $\dfrac{5}{x^2}+\dfrac{3x}{x^2+x}-\dfrac{3}{x+1}$

Solución:

a) $P(x)=a(x+2)(x-3) \to P(0)=a\cdot 2\cdot(-3)=-6a=18 \Rightarrow a=-3$.

Luego $P(x)=-3(x+2)(x-3) \Rightarrow P(x)=-3x^2+3x+18$.

b) $P(x)=x^3-2x^2-3x = x\cdot(x^2-2x-3)=x\cdot(x+1)(x-3)$

c) $\dfrac{5}{x^2}+\dfrac{3x}{x^2+x}-\dfrac{3}{x+1}=\dfrac{5(x+1)}{x^2(x+1)}+\dfrac{3x\cdot x}{x^2(x+1)}-\dfrac{3x^2}{x^2(x+1)}=$

$=\dfrac{5(x+1)+3x^2-3x^2}{x^2(x+1)}=\dfrac{5(x+1)}{x^2(x+1)}=\dfrac{5}{x^2}$

23. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\sin(2x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$ c) $\tan x=\sqrt{3}$

Solución:

a) $\sin(2x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2x=\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\begin{cases}\dfrac{\pi}{3}+2k\pi\\ \dfrac{2\pi}{3}+2k\pi\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ \dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{cases}$

b) $\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{x}{2}=\arccos\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\begin{cases}\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi\\ \dfrac{4\pi}{3}+2k\pi\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\dfrac{4\pi}{3}+4k\pi\\ \dfrac{8\pi}{3}+4k\pi\end{cases}$

c) $\tan x=\sqrt{3} \Rightarrow x=\arctan\sqrt{3}=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$.

24. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\sin\frac{x}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=0$ c) $\tan x=-1$

Solución:

a) $\sin\frac{x}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{x}{3}=\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}=\begin{cases}\frac{\pi}{3}+2k\pi\\ \frac{2\pi}{3}+2k\pi\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\pi+6k\pi\\ 2\pi+6k\pi\end{cases}$

b) $\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=0 \Rightarrow x-\frac{\pi}{6}=\arccos 0=\begin{cases}\frac{\pi}{2}+2k\pi\\ \frac{3\pi}{2}+2k\pi\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}+2k\pi\\ \frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{2}+2k\pi\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\frac{2\pi}{3}+2k\pi\\ \frac{5\pi}{3}+2k\pi\end{cases}$

$\Rightarrow x=\frac{2\pi}{3}+k\pi$

c) $\tan x=-1 \Rightarrow x=\arctan(-1)=\frac{3\pi}{4}+k\pi$.

25. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $e^{x^2-5}=\frac{1}{e}$ b) $\log\left(\frac{50(x^2-1)}{x-5}\right)=3$ c) $\cos x=\frac{1}{2}$ d) $\tan x=\sqrt{3}$

Solución:

a) $e^{x^2-5}=\frac{1}{e} \Rightarrow e^{x^2-4}=1 \Rightarrow x=\pm 2$.

b) $\log\left(\frac{50(x^2-1)}{x-5}\right)=3 \Rightarrow \frac{50(x^2-1)}{x-5}=1000 \Rightarrow x^2-1=20(x-5) \Rightarrow x^2-20x+99=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=9;\ x=11.$

c) $\cos x=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\arccos\frac{1}{2} \Rightarrow x=\begin{cases}\frac{\pi}{3}+2k\pi\\ \frac{5\pi}{3}+2k\pi\end{cases}$

d) $\tan x=\sqrt{3} \Rightarrow x=\arctan\sqrt{3} \Rightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.

26. Resuelve las ecuaciones:

a) $x^3-4x=0$ b) $\ln(x-1)=1$. c) $\cos 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $3\cdot 5^{x+1}=375$

Solución:

a) $x^3-4x=0 \Rightarrow x(x^2-4)=0 \Rightarrow x=0, x=-2, x=2.$

b) $\ln(x-1)=1 \Rightarrow x-1=e \Rightarrow x=e+1$.

c) $\cos 2x=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2x=\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow 2x=\begin{cases}\pi/6+2k\pi\\ 11\pi/6+2k\pi\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\pi/12+k\pi\\ 11\pi/12+k\pi\end{cases}$

d) $3\cdot 5^{x+1}=375 \Rightarrow 5^{x+1}=125 \Rightarrow x=2.$

27. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^3+2x^2-3x-6=0$ b) $\ln 2x=2$ c) $\cos\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$

Solución:

a) $x^3+2x^2-3x-6=0 \Leftrightarrow (x+2)\cdot(x-\sqrt{3})\cdot(x+\sqrt{3})=0$

b) $\ln 2x=2 \Rightarrow 2x=e^2 \Rightarrow x=\dfrac{e^2}{2}$

c) $\cos\dfrac{x}{2}=\dfrac{1}{2}$ $\quad \cos x=\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{x}{2}=\arccos\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{x}{2}=\begin{cases}\dfrac{\pi}{3}+2k\pi\\ \dfrac{5\pi}{3}+2k\pi\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\dfrac{2\pi}{3}+4k\pi\\ \dfrac{10\pi}{3}+4k\pi\end{cases}$

28. Resuelve las ecuaciones:

a) $(x^2-4)(x^2+1)=0$ b) $\ln(2x^2+2)=2$ c) $2\cos\dfrac{x}{2}=1$ d) $2\cdot 3^{2x-1}=162$

Solución:

a) $(x^2-4)(x^2+1)=0 \Rightarrow x^2-4=0 \Rightarrow x=-2, x=2.$

b) $\ln(2x^2+2)=2 \Rightarrow 2x^2+2=e^2 \Rightarrow x=\sqrt{\dfrac{e^2-2}{2}}$.

c) $2\cos\dfrac{x}{2}=1 \Rightarrow \dfrac{x}{2}=\arccos\left(\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow \dfrac{x}{2}=\begin{cases}\pi/3+2k\pi\\ 5\pi/3+2k\pi\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}2\pi/3+4k\pi\\ 10\pi/3+4k\pi\end{cases}$

d) $2\cdot 3^{2x-1}=162 \Rightarrow 3^{2x-1}=81 \Rightarrow 2x-1=4 \Rightarrow x=5/2.$